

Matematika tálím baǵdarı 2-kurs studentleri ushın “*Matematikalıq analiz*”
páninen jumaqlawshı qadaǵalaw sorawları

(2024-2025 o.j. 3-semestr)

Teoriyalıq sorawlar

1. Kóp ózgeriwshili funkciya ushın Teylor formulası.
2. Kóp ózgeriwshili funkciyanın ekstremum mánisleri. Ekstremumnın zárúrli hám jetkilikli shártleri..
3. Ayqın emes funkciyalar. Ayqın emes funkciyalardıń bar bolıwı.
4. Ayqın emes funkciyalardıń úzliksizligi hám differencialanıwshılıǵı.
5. Sanlı qatar túsiniǵı, onıń jıynaqlılıǵı hám tarqalıwshılıǵı.
6. Jıynaqlı qatarlardıń qásiyetleri..
7. Oń aǵzalı qatarlar hám olardıń jıynaqlılıq belgileri.
8. Erikli aǵzalı qatarlar hám olardıń jıynaqlılıǵınıń Leybnic, Dirixle hám Abel belgileri..
9. Absolyut jıynaqlı qatarlar hám olardıń qásiyetleri..
10. Shártli jıynaqlı qatarlar. Riman teoreması..
11. Funkcional izbe-izliklardıń teń ólshewli jıynaqlılıǵı.
12. Funkcional qatarlardıń teń ólshewli jıynaqlılıǵı, Koshi kriteriyası.
13. Funkcional qatarlardıń teń ólshewli jıynaqlılıq belgileri (Abel).
14. Funkcional qatarlardıń teń ólshewli jıynaqlılıq belgileri (Veyershtass).
15. Funkcional qatarlardıń teń ólshewli jıynaqlılıq belgileri (Dirixle, Dini).
16. Funkcional qatarlardıń funkcional qásiyetleri (aǵzama-aǵza limitke ótiw, qatar qosındısınnıń úzliksizligi).
17. Funkcional qatarlardıń funkcional qásiyetleri (aǵzama-aǵza integrallaw hám differenciallaw).
18. Dárejeli qatar. Dárejeli qatarlardıń jıynaqlılıq radusi hám oblastı..
19. Dárejeli qatar. Koshi-Adamar formulası.
20. Dárejeli qatarlardıń funkcional qásiyetleri.
21. Teylor qatarı. Bazıbir elementar funkciyalardı Teylor qatarına jayıw.
22. Parametrge baylanıslı menshikli integrallar hám olardıń funkcional qásiyetleri.
23. Parametrge baylanisli menshikli integrallar (ulıwma jaǵday).
24. Parametrge baylanıslı menshiksiz integrallardıń teń ólshemli jıynaqlılıǵı.
25. Parametrge baylanıslı menshiksiz integrallardıń teń ólshemli jıynaqlılıǵı hám olardıń funkcional qásiyetleri.
26. Gamma hám beta funkciyalar hám olardıń qásiyetleri, olar arasındadı baylanıs

Ámeliy áhmiyetke iye sorawlar

27. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}\right) + \dots$$

28. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$

29. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$$

30. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 - \frac{2}{n(n+1)}\right)$

31. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)}$

32. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}} + \dots$$

33. Berilgen qatardın jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

34. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\frac{1000}{1!} + \frac{1000^2}{2!} + \frac{1000^3}{3!} + \dots + \frac{1000^n}{n!} + \dots$

35. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

36. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{\left(n + \frac{1}{n}\right)^n}$

37. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! e^n}{n^{n+p}}$

38. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \sin \frac{\pi}{n}$

39. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+100}{3n+1}\right)^n$

40. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^{100} n}{n} \sin \frac{\pi n}{4}$

41. Berilgen qatardıń jıynaqlı ekenligin kórsetiń hám qosındısın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{2^n}$
42. Berilgen qatardı jıynaqlılıqqa tekseriń: $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}$
43. $f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ funkciyanıń $n = 3$ bolǵan halda $A(1, -2)$ tochkası dógeresinde Teylor formulasın jazıń.
44. $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ funkciyanıń $n = 2$ bolǵan halda $A(0, 0)$ tochkası dógeresinde Teylor formulasın jazıń.
45. $f(x, y) = e^x \sin y$ funkciyanıń $n = 3$ bolǵan halda $A(0, 0)$ tochkası dógeresinde Teylor formulasın jazıń.
46. $f(x, y) = y^x$ funkciyanıń $n = 2$ bolǵan halda $A(1, 1)$ tochkası dógeresinde Teylor formulasın jazıń.
47. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$
48. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 8x + 8y$
49. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = e^{x^2-y}(5 - 2x + y)$
50. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$
51. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = xy(1 - x - y)$
52. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y} \quad (x > 0, y > 0)$
53. Berilgen funkciyanı ekstremumǵa tekseriń: $f(x, y) = x^2 + (y-1)^2$
54. Berilgen funkciyanı kórsetilgen D oblasttaǵı eń úlken hám eń kishi mánislerin tabıń:
 $f(x, y) = x - 2y - 3. \quad D = \{(x, y) \in R^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + y \leq 1\}$
55. Berilgen funkciyanı kórsetilgen D oblasttaǵı eń úlken hám eń kishi mánislerin tabıń:
 $f(x, y) = 1 + x + 2y. \quad D = \{(x, y) \in R^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$
56. Berilgen funkciyanı kórsetilgen D oblasttaǵı eń úlken hám eń kishi mánislerin tabıń:
 $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4. \quad D = \{(x, y) \in R^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$
57. Berilgen funkciyanı kórsetilgen D oblasttaǵı eń úlken hám eń kishi mánislerin tabıń:
 $f(x, y) = x^2 - y^2. \quad D = \{(x, y) \in R^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$
58. Ayqın emes kóriniste berilgen funkciyanıń birinshi hám ekinshi tártipli tuwındıların tabıń: $x^2 + 2xy - y^2 = a^2$

59. Ayqın emes kóriniste berilgen funkciyanıń birinshi hám ekinshi tártipli tuwındıların

tabıń: $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$

60. Ayqın emes kóriniste berilgen funkciyanıń birinshi hám ekinshi tártipli tuwındıların

tabıń: $y - \varepsilon \sin y = x \quad (0 < \varepsilon < 1)$

61. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kópliktegi limit funkciyasın tabıń:

$$f_n(x) = x^n - 3x^{n+2} + 2x^{n+3}, \quad E = [0; 1]$$

62. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kópliktegi limit funkciyasın tabıń:

$$f_n(x) = x^4 \cos \frac{1}{nx}, \quad E = (0; \infty)$$

63. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kópliktegi limit funkciyasın tabıń:

$$f_n(x) = (x - 1) \operatorname{arctg} x^n, \quad E = (0; \infty)$$

64. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kópliktegi limit funkciyasın tabıń:

$$f_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{\sqrt{n}}}, \quad E = \mathbb{R}$$

65. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kóplikte teń ólshemli jiynaqlı ekenligin kórsetiń

$$f_n(x) = e^{-nx^2}, \quad E = [1; \infty]$$

66. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kóplikte teń ólshemli jiynaqlı ekenligin kórsetiń

$$f_n(x) = x^{2n}, \quad E = [0; \delta], 0 < \delta < 1.$$

67. Funkcional izbe-izliktiń berilgen kóplikte teń ólshemli jiynaqlı ekenligin kórsetiń

$$f_n(x) = \sqrt{n} \sin \frac{x}{n\sqrt{n}}, \quad E = \mathbb{R}$$

68. Funkcional qatardıń jiynaqlılıq oblastın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}$

69. Funkcional qatardıń jiynaqlılıq oblastın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{(x-2)^n}$

70. Funkcional qatardıń jiynaqlılıq oblastın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} n \sqrt[3]{\sin^n x}$

71. Funkcional qatardıń jiynaqlılıq oblastın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n(1-x^n)}{n}$

72. Funkcional qatardıń absolyut jiynaqlılıq oblastın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi x}{n}$

73. Funkcional qatardıń absolyut jiynaqlılıq oblastın tabıń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! x^n}$

74. Funkcional qatardı berilgen aralıqta teń ólshemli jiynaqlı ekenligin Veyersstrass

belgisi járdeminde kórsetiń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}, \quad -1 \leq x \leq 1.$

75. Funkcional qatardı berilgen aralıqta teń ólshemli jiynaqlı ekenligin Veyersstrass

belgisi járdeminde kórsetiń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+n)^2}, \quad 0 \leq x < \infty.$

76. Funkcional qatardı berilgen aralıqta teń ólshemli jiynaqlı ekenligin Veyersstrass

belgisi járdeminde kórsetiń: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x+2^n}, \quad -2 < x < +\infty.$

77. Dárejeli qatardıń jiynaqlılıq radiusin tabıń: $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 z^n$

78. Dárejeli qatardıń jiynaqlılıq radiusin tabıń: $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n (z+1)^n$

79. Dárejeli qatardıń jiynaqlılıq radiusin tabıń: $\sum_{n=0}^{\infty} n! \left(\frac{z}{n}\right)^n$

80. Berilgen funkciyanı Makloren qatarına jayın hám jiynaqlılıq radiusin tabıń: e^{-x^2}

81. Berilgen funkciyanı Makloren qatarına jayın hám jiynaqlılıq radiusin tabıń: $\frac{x^2}{(1+x)^2}$

82. Berilgen funkciyanı x_0 noqattıń dógerinde Teylor formulasına jayın hám jiynaqlılıq

radiusin tabıń: $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}, \quad x_0 = 1.$

83. Berilgen funkciyanı x_0 noqattıń dógerinde Teylor formulasına jayın hám jiynaqlılıq

radiusin tabıń: $\sin^3 x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$

84. Berilgen funkciyanı x_0 noqattıń dógerinde Teylor formulasına jayın hám jiynaqlılıq

radiusin tabıń: $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 12x + 40}}, \quad x_0 = 6.$

85. Limitti esaplań: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos \alpha x) e^{x \sin \alpha} dx$

86. Parametrge baylanıslı integraldı esaplań: $I = \int_0^1 \frac{x^{\alpha_2} - x^{\alpha_1}}{\ln x} dx, \quad 0 < \alpha_1 \leq \alpha_2.$

87. Eger $I(\alpha) = \int_1^2 e^{\alpha x^2} \frac{dx}{x}$ bolsa $I'(\alpha)$ nı esaplań.

88. $I(\alpha) = \int_0^1 \sin^2 \alpha x^2 dx$ funkciyasınıń R da úzliksiz ekenligin kórsetiń.

89. $I(\alpha) = \int_{-1}^2 \frac{x^2}{1+x^2+\alpha^2 x^4} dx$ funkeiyasınıń R da úzliksiz ekenligin kórsetiń.

90. Limitti esaplań: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \int_0^1 \sqrt{1+\alpha^2 x^4} dx$

91. Eger $I(\alpha) = \int_0^1 \sin(\alpha x) dx$ bolsa $I'(\alpha)$ nı esaplań.